UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

22212 Álgebra III – Control 1

Producto Interno

Lunes 23 de Septiembre de 2019

Nombre: ____

1. Estudie si el conjunto de $\mathbb{R}^4$ dado por $\{\ (1,3,-4,0);(7,5,1,1);(0,0,2,-1)\ \}$ es un conjunto ortogonal.

2. Calcule la distancia entre los vectores de $\mathbb{R}^3$ dados por $u=(2,3,-2)$ y $v=(-1,6,5)$.

TIEMPO: 1 HORA
¡BUENA SUERTE!

Una solución para el Control

1. Estudie si el conjunto de $\mathbb{R}^4$ dado por $\{\ (1,3,-4,0);(7,5,1,1);(0,0,2,-1)\ \}$ es un conjunto ortogonal.

Solución: Como se trata de $\mathbb{R}^4$, supondremos el producto interno usual. Para que el conjunto dado sea ortogonal, se debe cumplir que **todos** los vectores sean ortogonales entre sí; esto equivale a demostrar que $\langle u,v\rangle = 0$ para todo u,v del conjunto:

$$\begin{aligned}
\big\langle (1,3,-4,0);(7,5,1,1)\big\rangle &= 1\cdot 7 + 3\cdot 5 + -4\cdot 1 + 0\cdot 1 = 7+15-4 = 18 \neq 0\\
\big\langle (1,3,-4,0);(0,0,2,-1)\big\rangle &= 1\cdot 0 + 3\cdot 0 + -4\cdot 2 + 0\cdot -1 = -8 \neq 0\\
\big\langle (0,0,2,-1);(7,5,1,1)\big\rangle &= 0\cdot 7 + 0\cdot 5 + 2\cdot 1 + -1\cdot 1 = 2-1 = 1 \neq 0
\end{aligned}$$

Eso sí, basta solamente con el primer producto para decir que ***el conjunto dado no es ortogonal*** para el producto interno usual $\square$.

2. Calcule la distancia entre los vectores de $\mathbb{R}^3$ dados por $u=(2,3,-2)$ y $v=(-1,6,5)$.

Solución: Como se trata de $\mathbb{R}^3$, nuevamente supondremos el producto interno usual. Como se ha visto, la distancia entre u y v se determina como $d(u,v) = ||u-v||$:

$$\begin{aligned}
u-v &= (2,3,-2)-(-1,6,5) = (2+1,3-6,-2-5) = (3,-3,-7)\\
\implies \quad ||u-v|| &= ||(3,-3,-7)|| = \sqrt{3^2+(-3)^2+(-7)^2} = \sqrt{9+9+49} = \sqrt{67} \quad \square\,.
\end{aligned}$$