Los axiomas de cuerpo aseguran que

$$1 \neq 0$$

De este resultado se deduce que:

$$0 < 1 < 2 < 3 < \ldots < n < \ldots$$

Así obtenemos, sumando unos, el conjunto $\mathbb{N}$

Restando números naturales, surge:

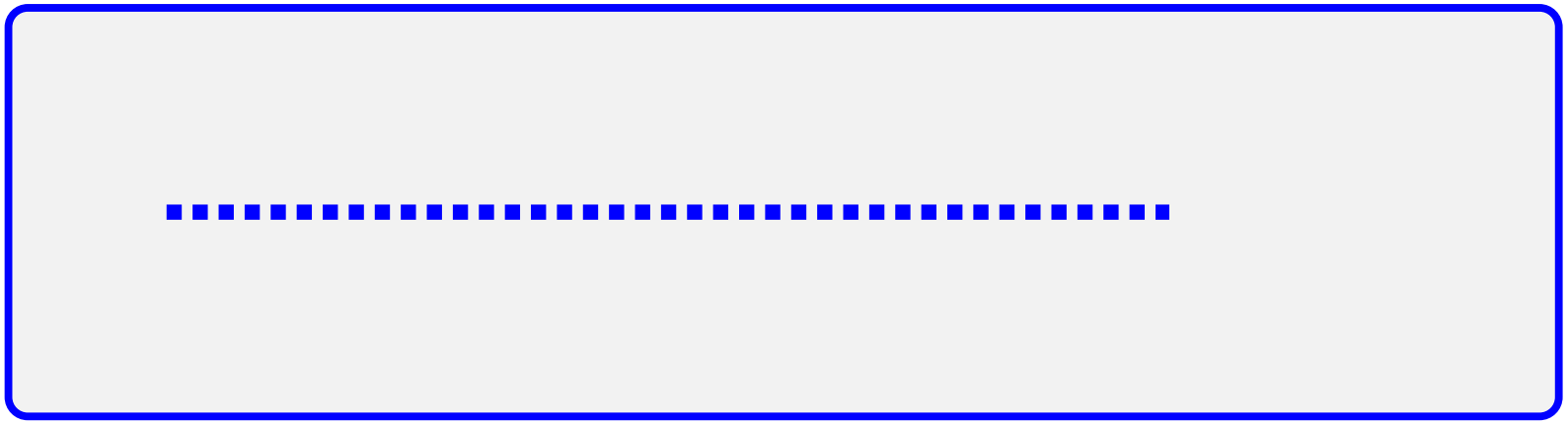
$$\boxed{\mathbb{Z}}$$

$$\boxed{\ldots < -3 < -2 < -1 << 0 < 1 < 2 < 3 < \ldots}$$

Dividiendo números enteros, obtenemos los números racionales

$$\boxed{\mathbb{Q}}$$

¿ Cómo se grafica el conjunto $\mathbb{Q}$?



$\mathbb{Q}$ no alcanza a completar una recta.

¿ Cómo aparecen los números irracionales?

Es una consecuencia del axioma del supremo.

Axioma del supremo
Todo subconjunto de números reales acotado superiormente tiene supremo en $\mathbb{R}$.

Existen conjuntos de números racionales cuyo supremo no es un racional

EJEMPLOS:

1. $$\sup\left\{\, a \in \mathbb{Q}^+ : \; a^2 < 2 \,\right\} = \sqrt{2}$$

2. $$\sup\left\{\, a \in \mathbb{Q}^+ : \; a = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, \; n \in \mathbb{N} \,\right\} = e$$

3. $$\prod_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1} \right) = \frac{\pi}{2}$$

   Esta fórmula se llama producto de John Wallis (1616 - 1703)

Acotamiento

El acotamiento hace necesario introducir los símbolos de más y menos infinito.

$$+\infty$$

Simboliza una cantidad variable que crece indefinidamente

$$-\infty$$

Simboliza una cantidad variable que decrece indefinidamente. En particular, se tiene que

$$a \in \mathbb{R}, \quad -\infty < a < +\infty$$